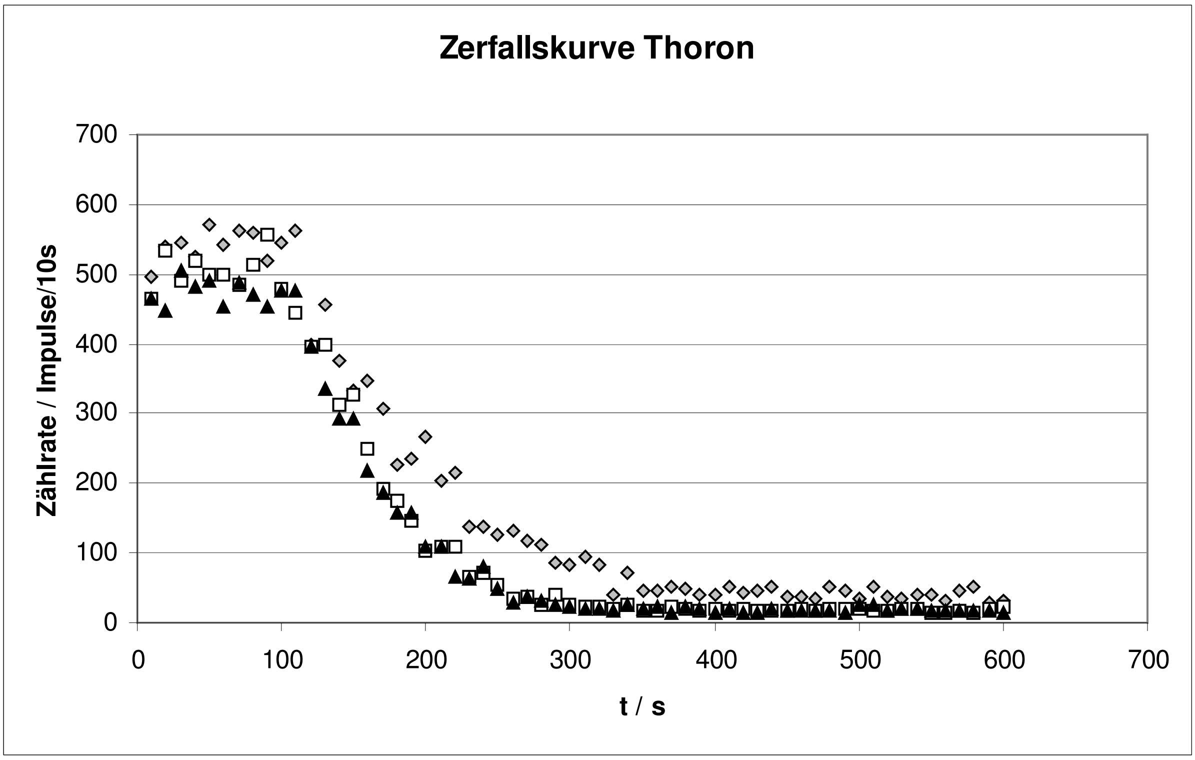
Christian Müller
Jan Philipp Dietrich

K2 Halbwertszeit (Thoron) Protokoll

2. Versuchsauswertung

2.a Diagramme

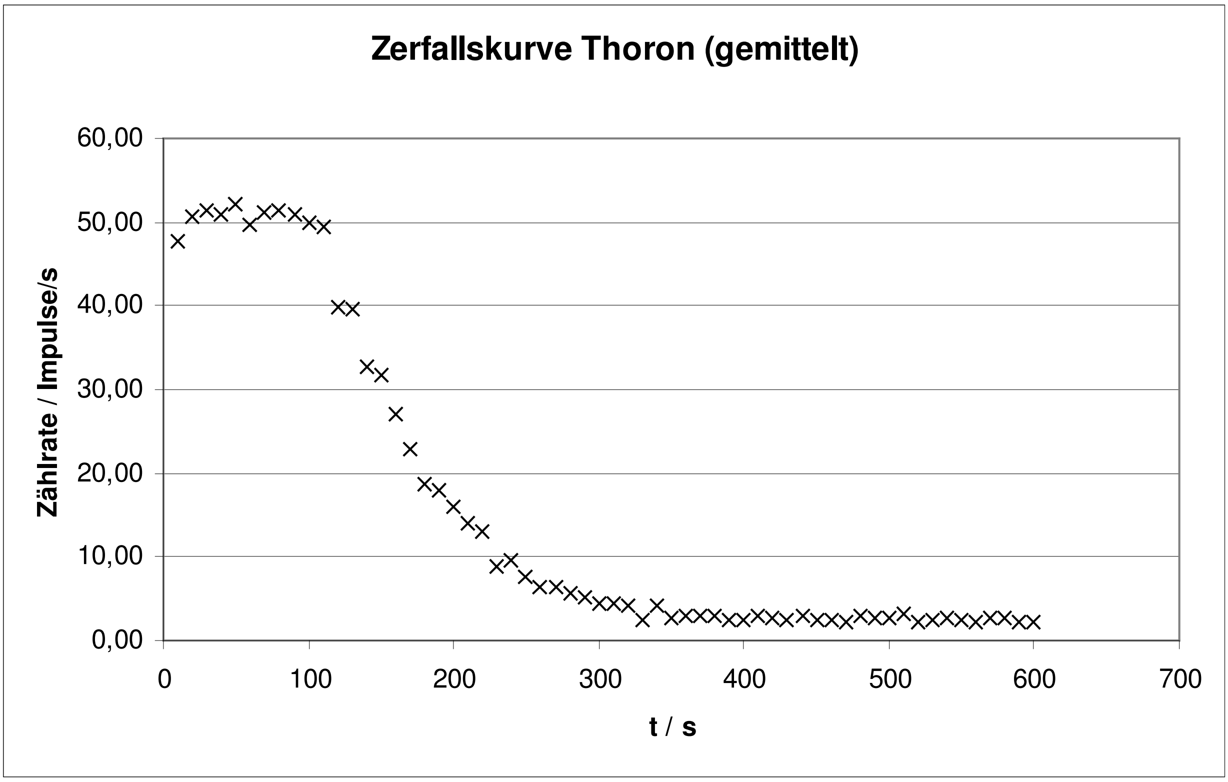
Wir haben 3 Messungen durchgeführt, wobei die Spannungsquelle jeweils so geeicht wurde, dass bei geöffnetem Pumpkreislauf eine ungefähre Zählrate von 50 Impulsen pro Sekunde erreicht wurde. Die ersten 100 Sekunden wurde bei geöffneten Kreislauf gemessen, danach wurden die Ventile geschlossen. Das Messprogramme lieferte folgende Messergebnisse:



(alle 3 Messungen sind hier übereinandergelegt. Jeweils 1 Symbol entspricht einer Messreihe)

Korrelation: -0,8897 (weiß), -0,8414 (schwarz), -0,8395 (grau)

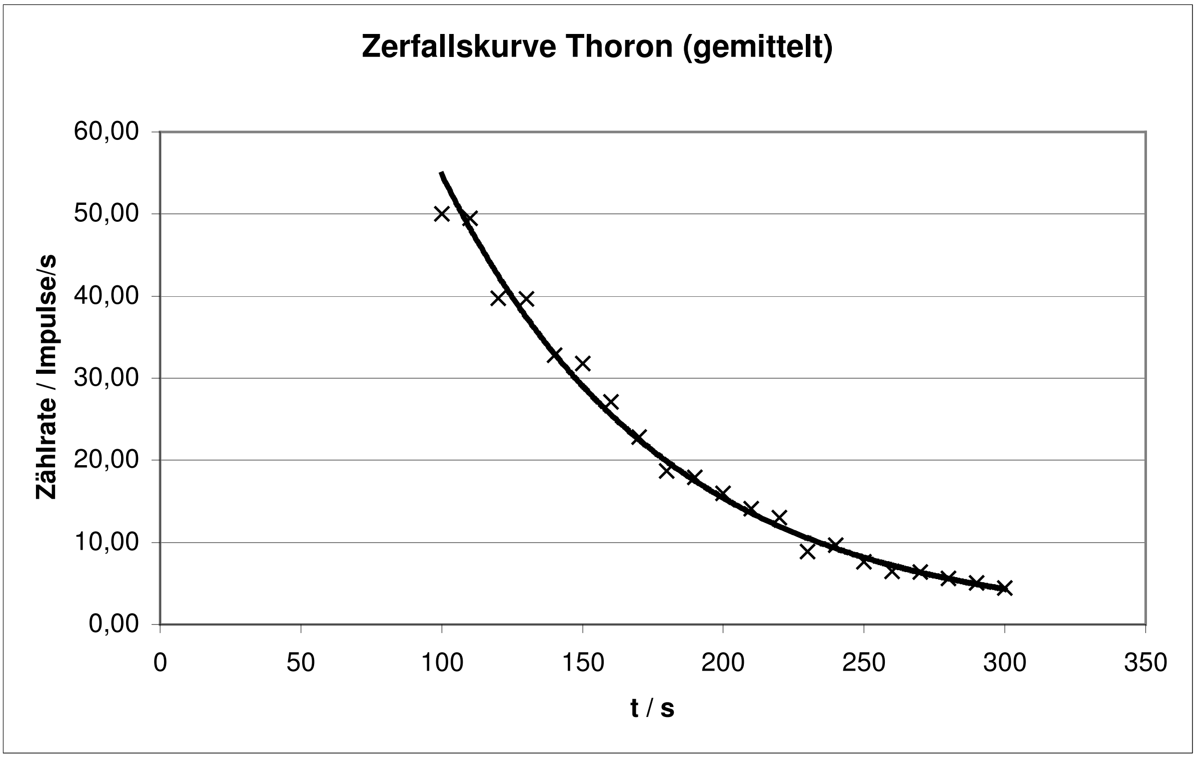
Die so gewonnenen Werte wurden nun gemittelt und durch 10 geteilt (Impulse/10s -> Impulse/1s):



Korrelation -0,861

Nun wurden die Anfangswerte bis Sekunde 100 und die Endwerte ab Sekunde 300 entfernt, da diese sonst das Gesamtergebnis negativ beeinflussen würden (die Anfangswerte sind für die Bestimmung der Zerfallsrate nicht geeignet da dort ständig neues Material nachgepumpt wurde, die letzten Sekunden müssen herausgefiltert werden, da dort bereits eine Art Nullniveau erreicht wurde. Der Ausschlag ist dort vor allem auch auf die Umgebungsstrahlung zurückzuführen.)

Na diesen Restriktionen und dem Einsetzen einer Mittel-Expotentialfunktion ergibt sich folgendes Bild:



Korrelation: -0,956

2.b Berechnung der Zerfallskonstanten und Halbwertszeit

Zur Berechnung der Zerfallskonstanten und Halbwertzeit will ich zunächst noch einmal die benötigten Formeln herleiten:

Wir wissen, dass die Zerfallsrate, also die Änderung der Teilchenanzahl pro Zeiteinheit, proportional zur Gesamtanzahl der Teilchen ist:

$$dN/dt = -\lambda N$$

λ ist dabei die Zerfallskonstante. Nach Separation der Variablen erhält man:

$$dN/N = -\lambda dt$$

Durch Integration entsteht daraus:

$$\ln(N) - \ln(N_0) = -\lambda(t-t_0)$$

Nun wird $t_0 = 0$ gesetzt (Anfangszeitpunkt = 0) und die Logarithmen zusammengefasst:

$$\ln(N/N_0) = -\lambda t$$

Durch Expotenzieren und Umstellen nach N erhält man als Endergebnis:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Um nun noch die Halbwertszeit zu bestimmen muss man $N = 1/2N_0$ setzen (Halbwertszeit ist die Zeit, die benötigt wird, um wir der Name es schon nahe legt die Anzahl der Teilchen zu halbieren)

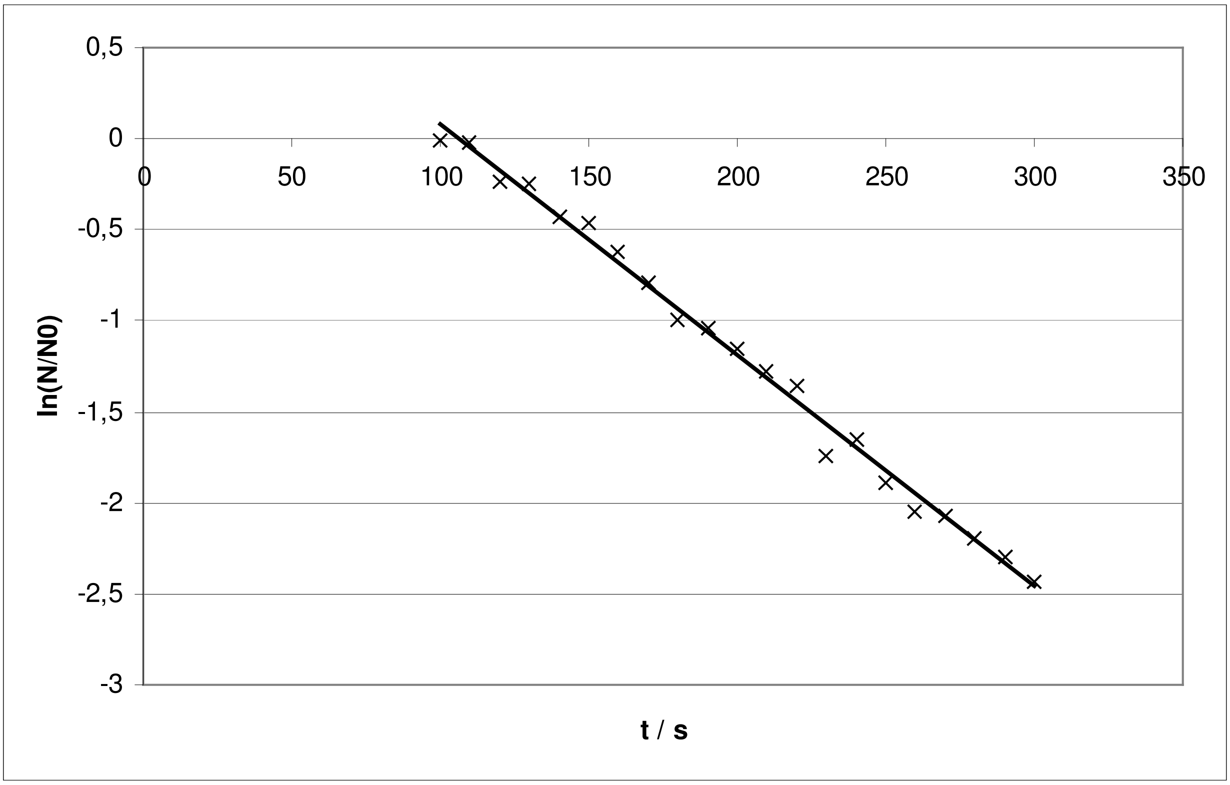
$1/2N_0 = N_0e^{-\lambda t}$

Nach teilen durch N_0, logarithmieren und umstellen nach t erhält man als Formel für die Halbwertszeit:

$T_{1/2} = \ln(2)/\lambda$

Aus den Formeln ergibt sich wie nun vorzugehen ist: Zunächst muss die Zerfallsrate λ bestimmt werden. Grafisch gesehen muss also die Steigung der Funktion t -> $\ln(N/N_0)$ bestimmt werden:

Als N_0 wird der Mittelwert aller Messungen im Zeitraum von t = 0s – 100s genommen (N_0 = 50,6)



Korrelation: -0,996

Zur Bestimmung von λ wird nun die Steigung der Geraden ($\ln(N/N_0)/t$) berechnet. Bei diesen Berechnungen ergibt sich als Steigung ein Wert von -0,0127, also **$\lambda = 0{,}0127s^{1}$**

Durch Einsetzen dieser Zerfallsrate in die Formel für die Halbwertszeit

$T_{1/2} = \ln(2)/\lambda$

Ergibt sich ein Wert von $\mathbf{T_{1/2} = 54{,}58s}$

In der Literatur findet man für Rn einen Wert von **54,5s** (Mende Simon – PHYSIK Gleichungen und Tabellen). Dies lässt auf relativ exakte Messungen schließen, da die Abweichung weniger als 0,1s beträgt, genaueres lässt sich jedoch erst nach der Fehlerbetrachtung sagen.

2.c Fehlerbetrachtung

Zur Fehlerbestimmung bietet es sich in diesem Fall an die Standardabweichung der Zerfallskonstanten anzugeben, da es uns nicht möglich ist andere Aussagen über den Fehler, wie die Angabe des systematischen Fehlers, zu treffen. Zur Bestimmung der Standardabweichung werden die gemessenen Werte (siehe Tabelle) mit dem Erwartungswert (0,0127) verglichen:

λ	$(\lambda\text{-}E)^2$
-0,01527	0,00000659
-0,01429	0,00000254
-0,01205	0,00000043
-0,01008	0,00000686
-0,01111	0,00000252
-0,01206	0,00000041
-0,01314	0,00000019
-0,01208	0,00000038
-0,01222	0,00000023
-0,01206	0,00000042
-0,01169	0,00000102
-0,01381	0,00000123
-0,01215	0,00000031
-0,01293	0,00000005
-0,01316	0,00000021
-0,01246	0,00000006
-0,01248	0,00000005
-0,01234	0,00000013
-0,01242	0,00000008

Nach der Formel

$X = \sqrt{(1/(n-1)\ \Sigma(\lambda_i-E)^2)}$

wird nun die Standardabweichung berechnet.
Die so berechnete Standardabweichung beträgt:

$\mathbf{X = 0{,}002s^{-1}}$

Um noch den Fehler der Halbwertszeit zu bestimmen muss man Das Gesetz der Fehlerfortpflanzung anwenden, in unserem Fall: $T_{1/2} = \ln(2)^* \lambda^{-1}$ woraus die Formel: $U_t = \ln(2)/\lambda^2 {}^* U_\lambda$ resultiert.

Somit ergibt sich als Fehler U_T = 6s. Die Endergebnisse lauten somit:

$$\mathbf{\lambda = 0{,}013 \pm 0{,}002\ s^{-1}}$$

$$\mathbf{T_{1/2} = 55 \pm 6\ s}$$

2.d Fazit

Die anfängliche Vermutung, dass die Messungen sehr exakt gewesen seien, hat sich leider nicht bewahrheiten können . Auch wenn der am Ende ermittelte Wert kaum vom Literaturwert abweicht, so war dennoch die Messungen um einiges ungenauer. Die Fehlerbetrachtung hat einen sehr ernüchternden Wert von $\pm 6\ \mathrm{s}$ geliefert, welcher um den Faktor 10 größer ist als wir zuvor angenommen hatten.
Dennoch scheint der Fehler in Bezug auf das Ergebnis durchaus akzeptabel zu sein, da auch so ein brauchbarer Wert nachgewiesen wurde.

	JPDietrich
Christian Müller	**Jan Philipp Dietrich**